

地震作用下振动台试验刚性模型箱侧壁 柔性材料研究

张 涛, 高 波, 范凯祥, 郑 清, 黄海峰, 申玉生, 赵洪督

(西南交通大学交通隧道工程教育部重点实验室, 四川 成都 610031)

摘要: 岩土工程振动台试验中模型箱的边界效应直接影响试验数据的可靠性, 在刚性模型箱侧壁内衬柔性材料已经成为减弱边界效应的一种重要方法。本文基于振型叠加法原理, 建立了土-箱-柔性材料集中质量模型, 推导了模型箱侧壁合理设置柔性材料参数的理论公式, 并分析了柔性材料的弹性模量、厚度、泊松比、密度、阻尼比变化对模型箱边界效应的影响。结果表明, 当输入波及岩土体参数确定后, 柔性材料的设计转化为求解不定方程。在文中输入波和岩土体参数下, 采用本文推导的理论公式与数值计算两种方法得出柔性材料最优弹模值的误差仅为 3.3%, 且该柔性材料参数下模型箱内土体的位移与自由场的最大误差仅为 3.7%, 说明运用公式求解的柔性材料参数对减弱刚性模型箱边界效应具有明显效果, 理论公式在岩土工程振动台模型试验中模型箱边界的设计方面具有重要的参考价值。

关键词: 岩土模型试验; 边界效应; 柔性材料; 刚性模型箱; 振动台试验; 振型叠加法

中图分类号: **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-6915(2018)X-0000-00

Study on flexible material in the sidewall of rigid model box in shaking table test under earthquake

ZHANG Tao, GAO Bo, FAN Kaixiang, ZHENG Qing, HUANG Haifeng, SHEN Yusheng, ZHAO Hongdu
(MOE Key Laboratory of Transportation Tunnel Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031)

Abstract: The boundary effect of the model box in the geotechnical engineering shaking table test directly affects the reliability of the test data. Lining the flexible material in the side wall of the model box has become an important method to mitigate the boundary effect. Based on the principle of mode superposition method, a centralized quality model of soil-box-flexible material is established, the theoretical formula for the rational setting of flexible material parameters for model box is deduced. And the influence of the elastic modulus, thickness, Poisson's ratio, density, damping ratio of flexible material on the boundary effect of the model box was analyzed. The results show that when the input wave and the parameters of soil are determined, the design of the flexible material is converted into an indefinite equation. Under the input wave and the parameters of soil, the error of the optimal elastic modulus of flexible materials is only 3.3% by using the theoretical formula derived in this paper and the numerical calculation. The maximum displacement error of the soil in the free field and in the model box is only 3.7%, which shows that the flexible material has a significant effect on the weakening of the boundary effect of the rigid model box. The theoretical formula has important reference value in the design of the boundary of the

收稿日期: 2018-05-14; **修回日期:** 2018-06-24

基金项目: 国家自然科学基金项目资助(51778540, 51678501, 51778539); “十三五”国家重点研发计划(2016YFB1200401)

Supported by the

作者简介: 张 涛(1992-), 男, 山西大同人, 硕士, 主要从事隧道及地下工程抗减震研究。E-mail: en_zhangtao@my.swjtu.edu.cn。通讯作者: 申玉生(1976-), 男, 副教授, 博士, 主要从事大跨度隧道施工力学及强震作用下隧道结构抗减震理论方面的教学与研究, E-mail: sys1997@163.com

DOI: 10.13722/j.cnki.jrme.2018.0471

model box in the vibration table model test of geotechnical engineering.

Key words: geotechnical model test; boundary effect; flexible material; rigid model box; shaking table test; mode superposition method

1 引言

近几年来,全球地震发生概率不断提高,且高强度地震频发,为此研究人员对各种不同建筑结构、交通工程、岩土工程等开展了振动台模型试验研究。而模型箱是振动台模型试验重要装置之一,其设计合理性与否将直接影响试验结果的准确性与合理性。目前常用的模型箱有刚性模型箱、柔性模型箱和层状剪切模型箱^[1],刚性模型箱因设计简单,适应性强,造价较低而被广泛应用于振动台模型试验中。根据袁勇^[1]等人提出的模型箱设计的三个等效准则,刚性模型箱成功设计有三个关键因素:第一,合理的模型箱尺寸以保证其动力效应的等效性;第二,避免模型箱与模型土共振以保证输入效应的等效性^[2];第三,刚箱侧壁合理的柔性材料参数以保证边界效应的等效性。关于前两个因素研究成果较多,如袁松^[3]通过数值计算,确定模型箱尺寸一般为隧道跨度的 8 倍的范围能较好地降低土体的边界效应,陈清军^[4]应用有限元和边界元法计算则得到土体侧向边界大于 6 倍基础平面宽度时边界对地震反应影响减弱,楼梦麟^[5]通过研究得到地基平面尺寸与结构平面尺寸之比大于 5 时,动力计算结果已可趋于稳定。在避免共振研究方面,袁林娟^[6]基于剪切梁法建立了土柱与模型箱相互作用的简化模型,推导了动力特性与反应的解析解,为避免模型箱与地震波共振提供了理论依据,杨林德^[7]将由热轧等边角钢组成的支撑框架的构件均简化为梁单元,应用结构动力学原理求出其自振频率并与土体进行比较,为避免模型箱与岩土体共振提供了理论依据。

由于刚性模型箱对地震波边界反射及其对地基土变形形态的影响较大^[1],为改善其边界条件,国内外学者常常在与振动方向垂直的刚性模型箱内侧箱壁设置一定厚度的柔性材料,如杨林德^[7]在地铁车站结构振动台试验中在与振动方向垂直的箱体侧壁铺设了 175 mm 厚的聚苯乙烯泡沫;史晓军^[8]在模型箱振动方向两侧放置 100 mm 聚氯乙烯泡沫板;徐华^[9]和方林^[10]在山岭隧道的振动台模型试验中均选用厚度为 225 mm 的模塑聚苯乙烯泡沫作为减

震层;李雨润^[11]在模型箱两侧布置了柔性海绵,楼梦麟^[12]在两侧加入厚度 20 cm 的橡胶垫层。然而,这些柔性材料的设置的参数还是依靠经验判断为主,关于刚性模型箱侧壁柔性材料设置参数理论研究的论述还很少。楼梦麟^[12]通过数值计算结果认为橡胶垫层的弹性模量与土体的弹性模量之比为 2.5 时较为合适;黄伟东^[13]通过有限元计算认为泡沫厚度与箱体振动方向宽度的比值在 2~4% 时,边界效应最小。

实际上,前期数值分析表明,刚性模型箱侧壁柔性材料设置的厚度、弹模、泊松比、密度、阻尼比等参数的大小与模型土参数、刚性模型箱尺寸等有很大关系,不同的模型土及模型箱参数,柔性材料设置的参数便不相同。本文拟采用理论推导与数值计算相结合的方法,对柔性材料设置的参数进行研究,为刚性模型箱侧壁柔性材料的设计提供参考。

2 刚性模型箱边界效应评价方法

刚性模型箱侧壁设置柔性材料的目的是减缓刚性边界对土体变形的影响,使箱内土体尽量模拟出其在自由场中的变形效果^[14]。为研究柔性材料的作用效果,需要有一个评价方法来评价土体在刚性模型箱与在自由场中振动响应的接近程度。可以从两方面对模型箱边界效应进行评价:一是模型箱内模型土边界点和中心点振动响应特性相同;二是刚性模型箱中模型土中心点振动响应特性与自由场相同。

关于第一个条件,常用的评价刚性模型箱边界效应的方法主要有四种^[13, 15-16]: (1) 直接比较模型箱内土体边界点和中心点的加速度时程图,二者越接近,刚性模型箱边界效应越小; (2) 比较模型土边界点相比与同层土体中心点的峰值加速度放大系数,二者之比越接近 1,边界效应越小; (3) 将边界点和中心点加速度时程进行傅里叶变换,二者频率之比越接近 1,振动特性就越一致,即边界效应越小; (4) 比较边界点和中心点响应信号的 2-范数偏差,其值越小,边界效应越小,当 2-范数偏差为 0 表明边界点和中心测点响应完全相同。以上方法都能够不同程度地衡量出模型箱边界效应的大小,其

中，方法(1)比较直观，但缺乏定量分析；方法(2)虽采用了定量的方法，但相对于整个响应时程而言，仅用峰值点的信息对边界效应进行评价是不全面的；方法(3)是一种频域内定量分析方法，但仅仅反映了信号傅里叶幅值谱的差异，没有直接包含幅值及持续时间等时域特征。方法(4)可以全面又定量地研究模型箱的边界效应问题，为此类试验验证模型箱的边界效应提供了一种行之有效的评价方法。故而可采用方法(4)对条件一进行评价。

关于第二个条件，目前国内外学者关注较少。然而，前期数值分析表明，即使刚性模型箱侧壁的柔性材料能够满足边界点和中心点加速度时程相同，依然不能保证振动响应与其在自由场中相同，例如当柔性材料刚度较小，土体振动形态基本上能够保持层状剪切变形，但其与在实际地层中土体夹持中的作用，放大效应不同。仅仅采用条件一显然不能全面反应柔性材料作用效果的优劣，因此还需将此模型中的振动响应同自由场中振动响应进行对比，同样可以用 2-范数偏差进行比较，比较二者不同深度处模型土中心点加速度时程的 2-范数偏差值。

目前学者^[15-16]应用 2-范数偏差法对模型箱的边界效应其进行了评价，其公式是

$$\mu = \frac{\|x_i - x_j\|}{\|x_i\|} = \frac{\sqrt{\sum (x_i - x_j)^2}}{\sqrt{\sum x_i^2}} \quad (1)$$

式中： x_i 为基准信号， x_j 为对比信号， x_i 和 x_j 可直接取时程或者频谱信号。本文将利用 2-范数偏差法对刚性模型箱边界设置柔性材料的效果进行评价。

3 箱、土、柔性材料相互作用机理研究

3.1 理论推导

综合国内外学者关于刚性模型箱侧壁柔性材料作用的叙述，柔性材料在振动台试验中主要起两个作用^[1, 13, 17-18]：一是降低箱体侧壁对模型土振动形态的影响，使其保持与自由场中响应相同的层状剪切变形；二是吸收来自刚性模型箱侧壁反射波的能量，模拟地震波向无限远处传播的消散。

对于单向激震的刚性模型箱，通常沿模型箱纵深方向每一断面的模型土振动变形形态相同，三维模型土振动可简化为二维平面问题，如图 1 所示，刚箱侧壁、柔性材料和岩土体可以看作是一个相互作用的振动系统。土体的最终反映便是系统相互作用的结果。

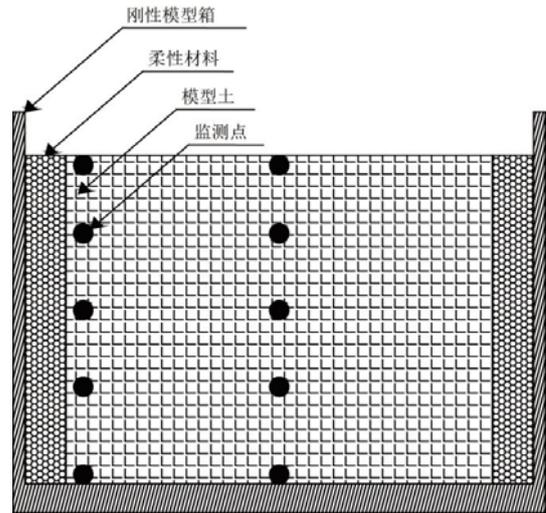


图 1 设置柔性材料的刚性模型箱示意图

Fig.1 Schematic diagram of rigid model box with flexible material

为便于问题分析，在推导公式之前，对模型作以下假定：

- (1) 刚性模型箱侧壁已经加固合理，边界完全刚性，不存在因地震波或土体作用而发生较大变形；
- (2) 柔性材料与土体、模型箱侧壁之间是紧密连接的，在振动过程中无相互脱离与滑动；
- (3) 土体及柔性材料考虑为各向同性的弹性材料，符合材料弹性相关规律；
- (4) 地震波从底部垂直入射，地基土间无结构，且为均质岩土材料。

根据以上假定，基于 Penzien 提出的土-结构动力相互作用的集中质量模型^[19-21]的思想，采用集中质量法^[22-23]对土-柔性材料-模型箱体体系进行分析，建立的离散模型如图 2 所示。将柔性材料和土均视作粘弹性材料，沿深度方向分成 N 段简化为多质点多集中质量体系，每段长度为 h_i ，材料质量集

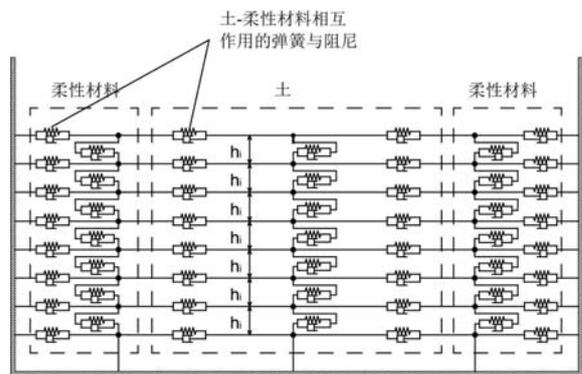


图 2 土-柔性材料-模型箱体体系集中质量模型

Fig.2 Centralized quality model of soil-flexible materials-model box system

中于分界面处，同种材料各质点间用剪切弹簧和阻尼器连接，剪切弹簧模拟材料剪切刚度，用阻尼器模拟材料在剪切振动过程中能量的消耗吸收。

将系统简化为上述集中质量模型，土体的最终反应便为底部地震作用与水平相互作用的叠加。同种材料不同深度各质点在地震波作用下的地震反应可由一维波动方程法求出，故而不必再重复求解剪切弹簧刚度与阻尼。但需要求出土 - 柔性材料 - 模型箱体水平相互作用的弹簧刚度 k_h 与阻尼 c ，先求柔性材料等效刚度，假设柔性材料受到的相互作用力为 P ，柔性材料在此作用力下发生变形为 δ_1 ，柔性材料宽度为 T_1 ，则由平面应变应变分量与应力分量关系

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E'} - \nu' \frac{\sigma_y}{E'} \quad (2)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} E' &= \frac{E_1}{1-\nu_1^2} \\ \nu' &= \frac{\nu_1}{1-\nu_1} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

根据材料应力应变关系，有

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\delta_1}{T_1} \\ \sigma_x &= \frac{P}{h_i} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

忽略顶部 $3h_i$ 范围，则沿深度 h_i 可看作是被包围的材料，则

$$\sigma_y = K\sigma_x = \nu' \frac{P}{h_i} \quad (5)$$

式中： K 为侧压力系数。

将式(3)、(4)、(5)代入式(2)中并化简，且令

$$k_{h1} = \frac{P}{\delta_1} \quad (6)$$

最终解得：

$$k_{h1} = \frac{E_1' h_i}{(1-\nu_1'^2) T_1} = \frac{E_1 h_i}{(1-\nu_1^2) \left[1 - \left(\frac{\nu_1}{1-\nu_1} \right)^2 \right] T_1} \quad (7)$$

式中： E_1 ， ν_1 ， T_1 分别为柔性材料弹性模量、泊松比、沿振动方向的宽度

从式(7)可以看出，刚度是一个与材料的弹性模量、泊松比、分段长度、材料厚度有关的函数。量纲分析法得出此处刚度单位是 N/m^2 ，这是由平面应变问题 P 单位定为 N/m ，其最终量纲与定义是一致的。

同理，土层水平等效弹性系数为

$$k_{h2} = \frac{E_2' h_i}{(1-\nu_2'^2) T_2} = \frac{2E_2 h_i}{(1-\nu_2^2) \left[1 - \left(\frac{\nu_2}{1-\nu_2} \right)^2 \right] T_2} \quad (8)$$

式中： E_2 ， ν_2 ， T_2 分别为土体弹性模量、泊松比、沿振动方向的宽度

取集中质量模型任意一层，如图 3 所示

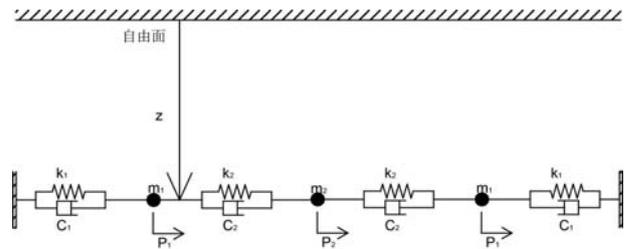


图 3 土 - 柔性材料 - 模型箱分层分析模型

Fig.3 Stratification analysis model of soil-flexible material-model box

则柔性材料的等效水平刚度、等效水平阻尼、等效质量为

$$\left. \begin{aligned} k_{h1} &= \frac{E_1 h_i}{(1-\nu_1^2) \left[1 - \left(\frac{\nu_1}{1-\nu_1} \right)^2 \right] T_1} \\ c_1 &= 2m_1 \omega_j \xi_1 \\ m_1 &= \gamma_1 T_1 h_i \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

式中： m_1 ， γ_1 ， ξ_1 分别为柔性材料等效质量、密度、阻尼比， ω_j 为系统振动频率

土体的等效水平刚度、水平阻尼、等效质量为

$$\left. \begin{aligned} k_{h2} &= \frac{2E_2 h_i}{(1-\nu_2^2) \left[1 - \left(\frac{\nu_2}{1-\nu_2} \right)^2 \right] T_2} \\ c_2 &= 2m_2 \omega_j \xi_2 \\ m_2 &= \gamma_2 T_2 h_i \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

式中： m_2 ， γ_2 ， ξ_2 分别为土体的等效质量、密度、阻尼比， ω_j 为系统振动频率

等效后的上述计算模型变成多自由度系统的振动问题，其运动微分方程为

$$M \ddot{X} + C \dot{X} + K X = P(t) \quad (11)$$

式中： X 为待求系统位移矩阵， $p(t)$ 为系统外力矩阵， M 、 K 为系统质量矩阵和刚度矩阵， C 为阻尼矩阵，其表达式为

$$\left. \begin{aligned} M &= \begin{bmatrix} m_0 & 0 & 0 \\ 0 & m_1 & 0 \\ 0 & 0 & m_0 \end{bmatrix} \\ K &= \begin{bmatrix} k_0 + k_1 & k_1 & 0 \\ k_1 & 2k_1 & k_1 \\ 0 & k_1 & k_0 + k_1 \end{bmatrix} \\ C &= \begin{bmatrix} c_0 + c_1 & c_1 & 0 \\ c_1 & 2c_1 & c_1 \\ 0 & c_1 & c_0 + c_1 \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

令

$$M\ddot{X} + KX = 0 \quad (13)$$

可求得系统各阶固有频率 ω_j 和主振型 ϕ_j ，利用阵型矩阵作坐标变换，并忽略矩阵 C_p 中的全部非对角元素，使方程解耦。得主刚度矩阵、主质量矩阵、以及近似的主阻尼矩阵为

$$\left. \begin{aligned} K_{pi} &= \phi_i^T K \phi_i \\ M_{pi} &= \phi_i^T M \phi_i \\ C_{pi} &= \phi_i^T C \phi_i \end{aligned} \right\} (i=1, 2, 3) \quad (14)$$

当系统受到任意激振时，对式(3)两边做傅里叶变换，并设初始条件为 0，得到

$$(K - \omega^2 M + i\omega C)x(\omega) = P(\omega) \quad (15)$$

其中 $x(\omega), P(\omega)$ 分别是 $x(t), P(t)$ 的傅里叶变换，定义复频响应函数矩阵

$$H(\omega) = (K - \omega^2 M + i\omega C)^{-1} \quad (16)$$

则得到系统的输出与输入的关系

$$x(\omega) = H(\omega)P(\omega) \quad (17)$$

复频响应函数矩阵 $H(\omega)$ 取决于系统本身的质量、刚度及阻尼等物理性质，它还可以表示为：

$$\begin{aligned} H(\omega) &= \Phi \Phi^{-1} (K - \omega^2 M + i\omega C)^{-1} (\Phi^T)^{-1} \Phi^T = \\ &= \Phi [\Phi^T (K - \omega^2 M + i\omega C) (\Phi^{-1})]^{-1} \Phi^T = \\ &= \Phi (K_p - \omega^2 M_p + i\omega C_p)^{-1} \Phi^T = \\ &= \sum_{i=1}^n \frac{\phi_i \phi_i^T}{K_{pi} - \omega^2 M_{pi} + i\omega C_{pi}} = \\ &= \sum_{i=1}^n \frac{\phi_i \phi_i^T}{K_{pi} (1 - \lambda_i^2 + i2\xi_i \lambda_i)} \end{aligned}$$

即

$$H(\omega) = \sum_{i=1}^n \frac{\phi_i \phi_i^T}{K_{pi} (1 - \lambda_i^2 + i2\xi_i \lambda_i)} \quad (18)$$

式中： λ_i 为激振频率与系统第 i 阶固有频率之比， ξ_i 为材料阻尼比

土体、柔性材料在底部作用下发生剪切运动，

所受等效作用力均可由牛顿第二定律计算得出：

$$P = m_i a_i = m_i \frac{\partial v^2}{\partial t^2} \quad (19)$$

v 为材料用一维波动方程法求解出的材料在自由场中振动位移。

运用振型叠加法^[24]求得系统最终振幅为^[25]

$$\begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{11} & H_{11} \\ H_{21} & H_{22} & H_{23} \\ H_{31} & H_{32} & H_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_0 \end{bmatrix} \quad (20)$$

重点关注土体最大振幅 B_2 的大小，此时公式(20)变为

$$B_2 = [H_{21} \ H_{22} \ H_{23}]^* \begin{bmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

当令公式(9)中 $T_0 \rightarrow \infty$ ，其他参数同模型土体，即可模拟模型土在自由场中振动形态，最终求得的土体最大振幅计为 B'_2 ，并令

$$[H_{21} \ H_{22} \ H_{23}]^* \begin{bmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_0 \end{bmatrix} = B'_2 \quad (22)$$

到此，刚性模型箱侧壁柔性材料设计转换为求解方程(22)，使设置了柔性材料的模型土体最大振幅 B_2 同自由场求解出的土体最大振幅 B'_2 无限接近，即消除了模型箱的边界效应。

3.2 土体非线性及简化误差对公式的影响

“刚性模型箱 - 柔性材料 - 土体”相互作用模型求解是建立在多质点的等效弹簧振子，并用波动方程法求解等效作用力的基础上，因而势必伴有“刚性模型箱 - 柔性材料 - 土体”系统简化过程产生的误差以及所继承理论的误差，误差主要来源于未考虑土体非线性误差及系统简化等效误差。本节将对柔性材料参数公式的误差进行分析，为本文推导的理论公式的应用提供参考。

土体是非线性很强的材料，且地震动越大，土体的非线性越强烈^[26]。土在动荷载作用下，应变幅值不同时土的动应力 - 应变关系表现出不同的特性，土体的非线性应力应变曲线如图 4 所示。

由图 4 可见，当应变幅值由小到大变化时，其应力 - 应变呈现弹性、滞后弹性和非线性的关系。随着应变幅值的增加，土体的动模量不断减小，此时若继续用切线模量代替割线模量，势必会造成较大的误差。土在动力作用下表现出的这种非线性特性可用模量折减来近似等效。即将用粘弹性理论求解出的弹模进行适当折减来模拟土体的非线性。

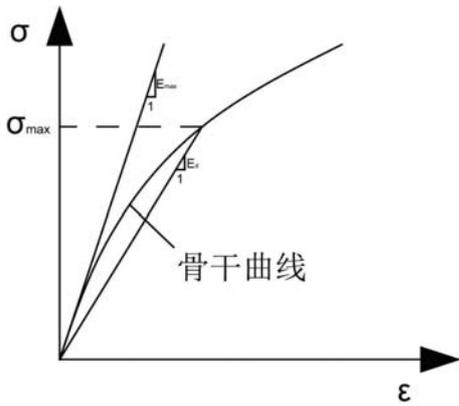
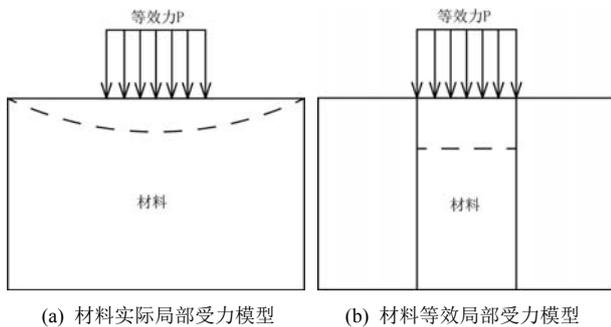


图4 土体非线性动应力-动应变曲线

Fig.4 Soil nonlinear dynamic stress-dynamic strain curve

另一方面，由于实际中模型是均匀连续介质，而在公式推导过程中为方便分析采用集中质量的弹簧阻尼器模型。材料实际局部受力模型和等效局部受力模型图 5(a)和图 5(b)所示。假设材料在局部很小范围内受等效均布力 P 作用，实际中由于两侧材料的牵连作用其变形大致呈现图 5(a)的弯曲形状，而等效简化过程中则不考虑两侧材料对变形的牵连，其变形模式呈现如图 5(b)的压缩形状。



(a) 材料实际局部受力模型 (b) 材料等效局部受力模型

图5 材料实际局部受力模型(a)和等效受力模型(b)

Fig.5 Material actual force model and equivalent force model

由于两者变形模式的不同，相同作用力下显然图 5(b)变形大，进而计算出的等效刚度比实际刚度小，为了与实际中自由场振动状态相近，需要更大的柔性材料刚度补偿，进而求解出的柔性材料的弹性模量趋向于偏大。

由上可知，土的非线性使得计算出的柔性材料弹模趋向于偏小，而系统的简化误差使得求解出的弹模趋向于偏大，最终材料计算出的弹模与连续均匀的非线性土体的误差便是二者综合作用的结果。

4 柔性材料参数对边界效应的影响

如前所述，要完整确定柔性材料需要同时考虑

柔性材料弹性模量、密度、厚度、泊松比和阻尼比五个参数，模型箱的边界条件的好坏是柔性材料的这五个参数相互作用的结果。现在采用控制变量法分别讨论五个因素对模型箱边界效应的影响，以便为柔性材料设计提供依据。由于不同土体高度计算出的 2-范数偏差不同，为全面评价柔性材料的优劣，分别取距底部 0.1, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0 m 五个高度土体边界点和中心点地震响应，求 2-范数偏差后并取均值作为评价模型箱边界效应优劣的工具。

假设模型箱的宽×长×高 = 2.5 m×2.5 m×2 m，为直观地呈现出土体振动响应规律，避免土体边界塑性变形对振动特性研究的影响，模型土暂考虑为各向同性的均质弹性材料，材料参数见表 1 所示，本文选取 S 波从模型箱底部入射，频率 8 Hz(小于模型土自振频率 13.61 Hz)，加速度峰值 0.5 g，输入 S 波加速度时程曲线见图 6 所示。

表 1 模型土材料参数

Table 1 Material parameters of model soil

参数	密度(kg · m ⁻³)	弹性模量/MPa	泊松比	阻尼比
数值	1 400	30	0.3	0.05

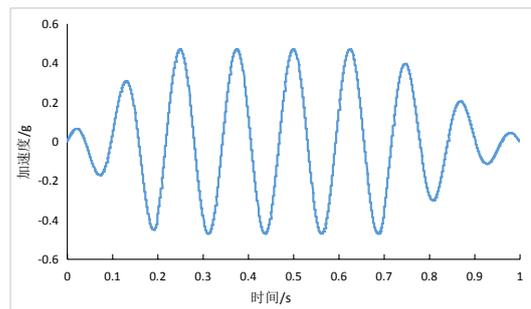


图6 输入 S 波加速度时程曲线

Fig.6 Acceleration time-history curve of input S wave

4.1 柔性材料弹性模量对模型箱边界效应的影响

模型土参数同表 1，入射波参数同图 6，控制柔性材料厚度为 0.2 m，密度为 600 kg/m³，泊松比 0.45，阻尼比 0.05，改变柔性材料弹性模量，数值计算出模型土边界点和中心点加速度时程 2-范数偏差值平均值 μ_1 随柔性材料弹模变化曲线见图 7，模型土在刚性模型箱与在自由场加速度时程 2-范数偏差平均值 μ_2 随柔性材料弹模变化曲线见图 8。

从图 7、图 8 可见，当柔性材料厚度、密度、泊松比及阻尼比确定后，最接近自由场振动响应的柔性材料的弹模便已确定，高于或者低于这个弹模都会使模型箱的边界效应增大，综合比较，上图中最优弹模为 0.3 MPa。

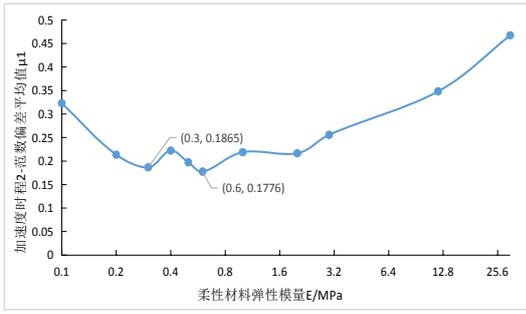


图 7 μ_1 随柔性材料弹模变化曲线

Fig.7 μ_1 curve with elastic modulus of flexible material

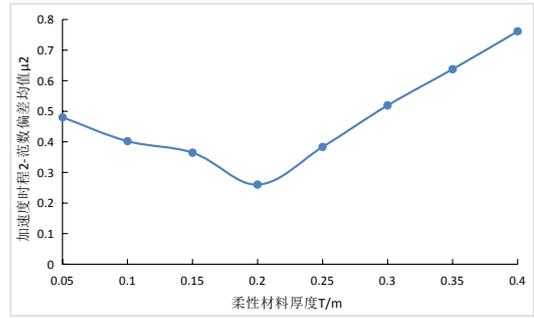


图 10 μ_2 随柔性材料厚度变化曲线

Fig.10 μ_2 curve with thickness of flexible material

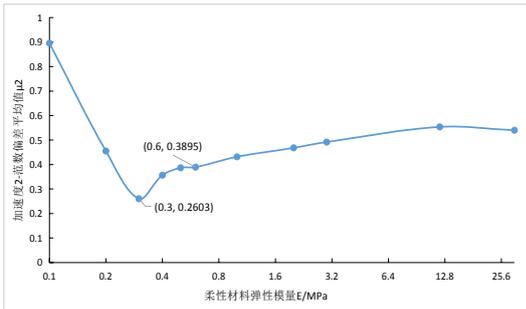


图 8 μ_2 随柔性材料弹模变化曲线

Fig.8 μ_2 curve with elastic modulus of flexible material

4.2 柔性材料厚度对模型箱边界效应的影响

模型土参数同表 1，入射波参数同图 6，控制柔性材料弹模为 0.3 MPa，密度为 600 kg/m³，泊松比 0.45，阻尼比 0.05，改变柔性材料厚度，数值计算出模型土边界点和中心点加速度时程 2-范数偏差值平均值 μ_1 随柔性材料厚度变化曲线见图 9，模型土在刚性模型箱与在自由场加速度时程 2-范数偏差 μ_2 平均值随柔性材料厚度变化曲线见图 10。

从图 9、图 10 可以看出，当柔性材料弹模、密度及阻尼比确定后，最接近自由场振动响应的柔性材料的厚度便已确定，高于或者低于这个厚度都会使模型箱的边界效应增大，综合考虑，最适合的柔性材料厚度是 0.2 m。

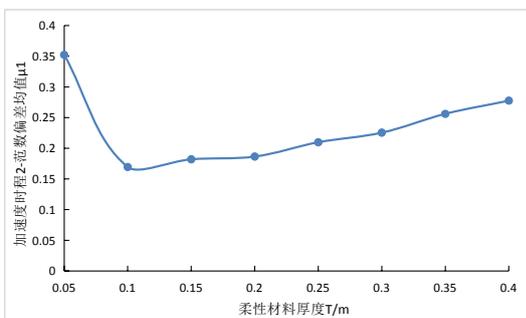


图 9 μ_1 随柔性材料厚度变化曲线

Fig.9 μ_1 curve with thickness of flexible material

4.3 柔性材料泊松比对模型箱边界效应的影响

模型土参数同表 1，入射波参数同图 6，控制柔性材料密度为 600 kg/m³，厚度为 0.2 m，阻尼比为 0.05，为避免将弹模定在 0.3 MPa 时曲线在区间内单调变化难以反映泊松比与其他参数的对应规律，此次计算柔性材料弹模取为 0.6 MPa，改变材料的泊松比，数值计算模型土边界点和中心点加速度时程 2-范数偏差值平均值 μ_1 随柔性材料泊松比变化见图 11，模型土在刚性模型箱与在自由场加速度时程 2-范数偏差平均值 μ_2 随柔性材料泊松比变化见图 12。

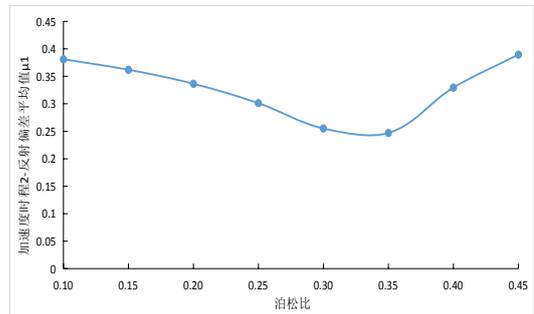


图 11 μ_1 随柔性材料泊松比变化曲线

Fig.11 μ_1 curve with poisson's ratio of flexible material

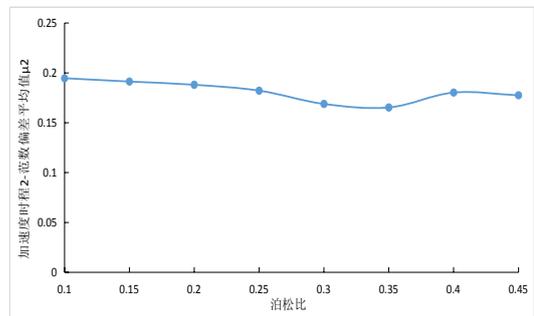


图 12 μ_2 随柔性材料泊松比变化曲线

Fig.12 μ_2 curve with poisson's ratio of flexible material

从图 11、图 12 可以看出，当柔性材料的泊松比为 0.35 时，模型土加速度时程 2-范数偏差最小，即模型箱边界效应较小。上图中泊松比从 0.1~0.45

变化时，高于或低于 0.35 都会使增大 2-范数偏差平均值增大。

4.4 柔性材料密度对模型箱边界效应的影响

模型土参数同表 1，入射波参数同图 6，控制柔性材料弹性模量为 0.3 MPa，厚度为 0.2 m，泊松比 0.45，阻尼比 0.05，分别改变柔性材料密度，数值计算出模型土边界点和中心点加速度时程 2-范数偏差平均值 μ_1 随柔性材料密度变化曲线见图 13，模型土在刚性模型箱与在自由场加速度时程 2-范数偏差平均值 μ_2 随柔性材料密度变化曲线见图 14。

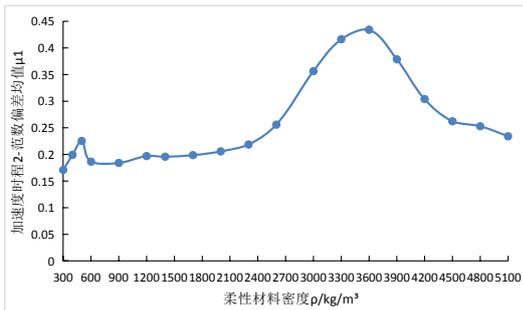


图 13 μ_1 随柔性材料密度变化曲线

Fig.13 μ_1 curve with density of flexible material

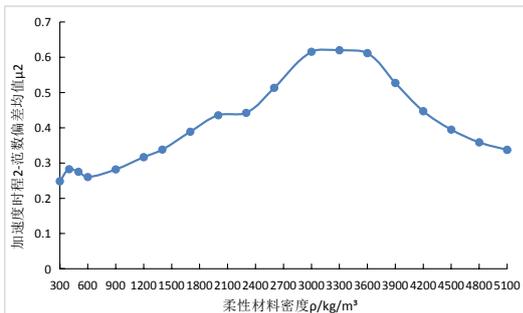


图 14 μ_2 随柔性材料密度变化曲线

Fig.14 μ_2 curve with density of flexible material

从图 13、图 14 可以看出，在密度较小时，柔性材料密度对 2-范数偏差均值 μ_1 、 μ_2 有影响，但影响很弱，同样是在密度 600 Kg/m³ 时边界效应最小。另一方面，随着柔性材料密度的增大，2-范数偏差均值 μ_1 、 μ_2 呈现出先增大后减小的倒钟形变化趋势。由图 13 可见，土边界点和中心点加速度时程 2-范数偏差值平均值 μ_1 在 3 600 Kg/m³ 左右达到最大，向两侧逐渐减小。由图 14 可见，模型土在刚性模型箱与在自由场加速度时程 2-范数偏差平均值 μ_2 在 3 000 Kg/m³ ~3 600 Kg/m³ 达到峰值，向两侧逐渐减小。分析表明，这是由共振原因引起的。通过计算，该密度下的土体的固有频率为 51.4，与入射波频率非常接近，故而产生共振使得边界效应增大。因此为避免偏差过大，在设计时应调节柔性材料参

数避免产生共振。

4.5 柔性材料阻尼比对模型箱边界效应的影响

模型土参数同表 1，入射波参数同图 6，控制柔性材料弹模为 0.3 MPa，密度为 600 kg/m³，泊松比 0.45，厚度为 0.2 m，改变柔性材料阻尼比，数值计算模型土边界点和中心点加速度时程 2-范数偏差平均值 μ_1 随柔性材料阻尼比变化见图 15，模型土在刚性模型箱与在自由场加速度时程 2-范数偏差平均值 μ_2 随柔性材料阻尼比变化见图 16。

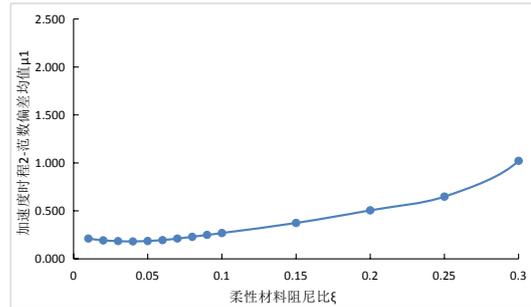


图 15 μ_1 随柔性材料阻尼比变化曲线

Fig.15 μ_1 curve with damping ratio of flexible material

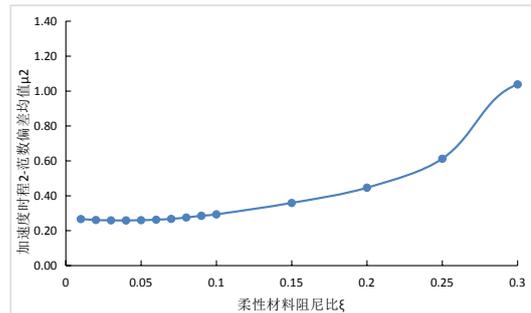


图 16 μ_2 随柔性材料阻尼比变化曲线

Fig.16 μ_2 curve with damping ratio of flexible material

从图 15、图 16 可以看出，柔性材料阻尼比与土体阻尼比一致时其边界效应最小。随着柔性材料阻尼比的单方面增大，不论是边界点和中心点加速度 2-范数偏差均值 μ_1 ，还是模型土中心点与自由场加速度 2-范数偏差均值 μ_2 ，均随着柔性材料阻尼比增大而增大。这主要是由于柔性材料与土体阻尼比不同导致变形更加不协调所致。因此在柔性材料选择时应选择与土体阻尼比相近的材料。

5 数值验证

模型土参数同表 1，入射波参数同图 6，控制柔性材料厚度为 0.2 m，密度为 600 kg/m³，阻尼比 0.05，运用 MATLAB 编程求解，运用公式(22)迭代

最终求得的柔性材料的最优弹性模量为 0.58 MPa。

数值模拟方法求解使模型箱边界效应最小的柔性材料最优弹模，土体采用摩尔-库伦弹塑性材料，由于土体存在塑性变形，继续利用 2-范数偏差评价边界效应会使边界效应真实误差与计算值很大，改用峰值比较。控制土体粘聚力 2 430 Pa，内摩擦角 30°，其他参数同表 1，得到土体上表面中心点位移、加速度峰值随柔性材料弹模变化曲线分别见图 17、图 18。

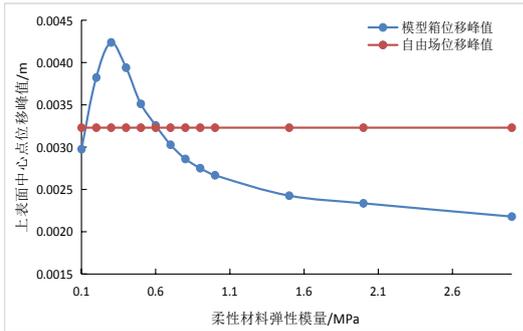


图 17 土体上表面中心点位移峰值随柔性材料弹模变化曲线

Fig.17 Curve of displacement peak of surface center point on soil with elastic mode of flexible material

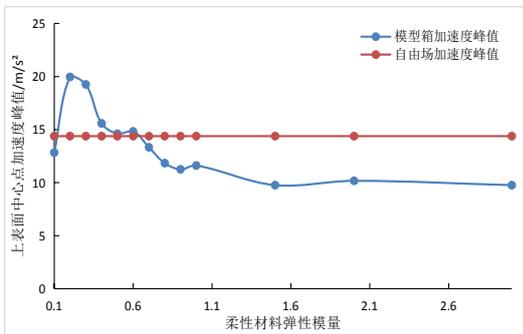


图 18 土体上表面中心点加速度峰值随柔性材料弹模变化曲线

Fig.18 Curve of acceleration peak of surface center point on soil with elastic mode of flexible material

由图 17、图 18，模型土上表面中心点地震响应与自由场位移和加速度峰值最为接近的柔性材料弹模为 0.6 MPa，此时 0.1，0.5，1.0，1.5 m 深度处土体的中心点位移与自由场中相同深度处非常接近，土体位移峰值随模型土高度变化曲线见图 19。由图 19 可见，二者振动响应非常接近，最大相对误差为 3.7%。

综上所述，运用本文推导的理论公式计算的柔性材料最优参数与数值方法计算的最优参数较为接近，且该参数能够使模型箱边界效应达到最小。理

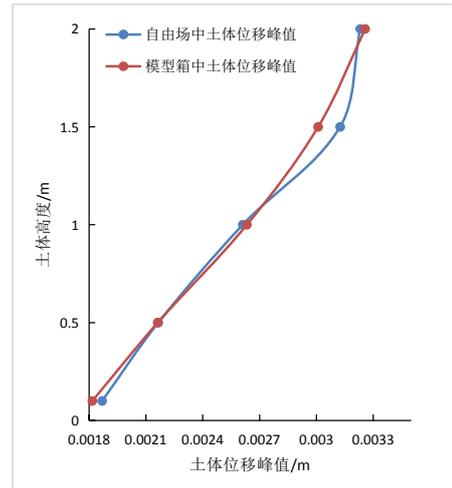


图 19 土体位移峰值随土体高度变化曲线

Fig.19 Curve of the peak displacement of soil with the height

论公式对进一步认识柔性材料各参数作用效果及降低数值计算工作量意义较大，在岩土工程振动台试验中刚性模型箱的设计方面具有一定的参考价值。

6 结 论

(1) 通过比较四种模型箱边界效应评价方法，提出采用加速度时程 2-范数偏差法评价模型箱的边界效应，该方法能较全面和定量地评价模型箱的边界效应问题。并从模型土边界点和中心点加速度时程的 2-范数偏差、模型土中心点在刚性模型箱中和在自由场中加速度时程的 2-范数偏差两个方面对模型箱边界效应进行评价。2-范数偏差越接近 0，模型土的振动响应与自由场越接近，即模型箱的边界效应越小。

(2) 本文利用振型叠加法推导了刚性模型箱设置柔性材料参数的理论公式，并与数值计算进行了对比。用该理论公式计算求得的柔性材料弹性模量为 0.58 MPa，与数值分析求得的与自由场接近的弹性模量 0.6 MPa 相差 3.3%。且该参数下模型土与在自由场中的峰值位移最大误差仅为 3.7%，理论公式在柔性材料设计方面具有一定的指导价值。

(3) 当输入波及模型土参数确定后，模型箱边界效应的优劣，是柔性材料各参数相互作用的结果。弹性模量和厚度对柔性材料边界效应的影响较为明显，在柔性材料设计时应优先考虑这两个参数；泊松比次之。密度对模型箱边界效应影响较小，为使二者变形协调，阻尼比宜选择与土体相近的材料。同时，在进行柔性材料设计时要尽量避免土体共振现象。

参考文献(References):

- [1] 袁勇, 黄伟东, 禹海涛. 地下结构振动台试验模型箱应用现状[J]. 结构工程师, 2014, 30(1): 38 - 45. (YUAN Yong, HUANG Weidong, YU Haitao. Status of model container applications in shaking table test for underground structures[J]. Structural Engineers, 2014, (1): 38 - 45. (in Chinese))
- [2] 郑永来, 杨林德, 李文艺, 等. 地下结构抗震[M]. 同济大学出版社, 2011: 71 - 72. (ZHENG Yonglai, YANG Linde, LI Wenyi, et al. Earthquake resistance of underground structures[M]. ed.: TONGJI UNIVERSITY PRESS, 2011: 71 - 72. (in Chinese))
- [3] 袁松, 王峥峥, 周佳媚. 隧道地震动力计算边界取值范围研究[J]. 土木工程学报, 2012, (11): 166 - 172. (YUAN Song, WANG Zhengzheng, ZHOU Jiamei. Study on the model boundary determination in tunnel's earthquake dynamic analysis[J]. China Civil Engineering Journal, 2012, (11): 166 - 172. (in Chinese))
- [4] 陈清军, 赵云峰, 王汉东, 等. 振动台模型试验中地基土域的数值模拟[J]. 力学季刊, 2002, (3): 407 - 411. (CHEN Qingjun, ZHAO Yunfeng, WANG Handong, et al. Numerical simulation for soil domain in shaking table model test[J]. Cihesen Quarterly of Mechanics, 2002, (3): 407 - 411. (in Chinese))
- [5] 楼梦麟, 陈清军. 侧向边界对桩基地震反应影响的研究[R]. 上海: 同济大学, 1999.
- [6] 袁林娟, 刘小生, 汪小刚, 等. 振动台土-箱结构模型动力特性及反应的解析分析[J]. 岩土工程学报, 2012, (6): 1 038 - 1 042. (YUAN Linjuan, LIU Xiaosheng, WANG Xiaogang, et al. Analytic solution of dynamic characteristics and responses of soil-box model for shaking table tests[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2012, (6): 1 038 - 1 042. (in Chinese))
- [7] 杨林德, 季倩倩, 郑永来, 等. 地铁车站结构振动台试验中模型箱设计的研究[J]. 岩土工程学报, 2004, (1): 75 - 78. (YANG Linde, JI Qianqian, ZHENG Yonglai, et al. Study on design of test box in shaking table test for subway station structure in soft soil[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2004, (1): 75 - 78. (in Chinese))
- [8] 史晓军, 岳庆霞, 李杰. 土-结构动力相互作用振动台试验中模型地基影响因素分析[J]. 建筑科学与工程学报, 2007, (4): 50 - 53. (SHI Xiaojun, YUE Qingxia, LI Jie. Influence factor analysis of foundation model in shaking table test considering soil-structure dynamic interaction[J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2007, (4): 50 - 53. (in Chinese))
- [9] 徐华, 李天斌, 王栋, 等. 山岭隧道地震动力响应规律的三维振动台模型试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2013, (9): 1 762 - 1 771. (XU Hua, LI Tianbin, WANG Dong, et al. Study of seismic responses of mountain tunnels with 3d shaking table model test[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2013, (9): 1 762 - 1 771. (in Chinese))
- [10] 方林, 蒋树屏, 林志, 等. 穿越断层隧道振动台模型试验研究[J]. 岩土力学, 2011, (9): 2 709 - 2 713. (FANG Lin, JIANG Shuping, LIN Zhi, et al. Shaking table model test study of tunnel through fault[J]. Rock and Soil Mechanics, 2011, (9): 2 709 - 2 713. (in Chinese))
- [11] 李雨润, 袁晓铭, 曹振中. 液化土中桩基动力反应试验研究[J]. 地震工程与工程振动, 2006, (3): 257 - 260. (LI Yurun, YUAN Xiaoming, CAO Zhenzhong. Study on dynamic response of pile in liquefied soil layer[J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2006, (3): 257 - 260. (in Chinese))
- [12] 楼梦麟, 王文剑, 朱彤, 等. 土-结构体系振动台模型试验中土层边界影响问题[J]. 地震工程与工程振动, 2000, 20(4): 30 - 36. (LOU Menglin, WANG Wenjian, ZHU Tong, et al. Soil lateral boundary effect in shaking table model test of soil-structure system[J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2000, (4): 30 - 36. (in Chinese))
- [13] 黄伟东, 禹海涛, 李贞新, 等. 刚性模型箱边界效应研究[Z]. 南京: 201356-62.
- [14] 陈之毅, 李月阳. 模型箱设计中的边界变形研究[J]. 工程抗震与加固改造, 2015, 37(5): 106 - 112, 118. (CHEN Zhiyi, LI Yueyang. Boundary deformation of model container design[J]. Earthquake Resistant Engineering and Retrofitting, 2015, (5): 106 - 112, 118. (in Chinese))
- [15] CHEN J, SHI X, LI J. Shaking table test of utility tunnel under non-uniform earthquake wave excitation[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2010, 30(11): 1 400 - 1 416.
- [16] 陈红娟, 李小军, 闫维明, 等. 锯末混合土场地模型振动台试验研究[J]. 岩土工程学报, 2017: 1 - 8. (CHEN Hongjuan, LI Xiaojun, YAN Weiming, et al. Study on shaking table test of sawdust mixed clay site model[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2017: 1 - 8.
- [17] X. Z, SCHOFIELD A N. Design and performance of an equivalent-shear-beam container for earthquake centrifuge modelling[J].
- [18] WHITMAN R V, LAMBE P C. Effect of boundary conditions upon centrifuge experiments using ground motion simulation[J]. Geotechnical Testing Journal, 1986, 2(9): 61 - 71.
- [19] PENZIEN J, SCHEFFEY C F, PARMELEE R A. Seismic analysis of bridges on long piles[J]. Journal of Engineering Mechanics Division, 1964, (3): 223 - 254.
- [20] 伍小平. 砂土-桩-结构相互作用振动台试验研究[D]. 同济大学, 2002.
- [21] 徐新星. 刚性-亚刚性桩复合地基抗震性能研究[D]. 广州大学, 2017.
- [22] 陈国兴, 左熹, 杜修力. 土-地下结构体系地震反应的简化分析方法[J]. 岩土力学, 2010, 31(1): 1 - 7. (CHEN Guoxing, Xi Zuo, DU Xiuli. A simplified method of seismic response analysis of soil-underground structure system[J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, (1): 1 - 7.
- [23] 陈国兴. 岩土地震工程学[M]. 科学出版社, 2007.
- [24] 克拉夫 R, 彭津 J. 结构动力学[M]. 高等教育出版社, 2006. (Clough R, Jin P. Structural dynamics[M]. ed.: Higher Education Press, 2006. (in Chinese))
- [25] 倪振华. 振动力学[M]. 西安交通大学出版社, 1988. (NI Zhenhua. Vibration mechanics[M]. ed.: Xi'an Jiaotong University Press, 1988. (in Chinese))
- [26] 齐文浩, 薄景山. 土层地震反应等效线性化方法综述[J]. 世界地震工程, 2007, 23(4): 221 - 226. (QI Wenhao, BO Jingshan. Summarization on equivalent linear method of seismic responses for soil layers[J]. World Earthquake Engineering, 2007, (4): 221 - 226. (in Chinese))